

**Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего образования «ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ
ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
(Финансовый университет)**

**Владикавказский филиал Финуниверситета
Кафедра «Математика и информатика»**

Утверждаю
Директор Владикавказского
филиала Финуниверситета

Т.А. Хубаев
« 30 » июня 2023 г.

Музаев И.Д.

Математика

Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и
промежуточной аттестации студентов, обучающихся по
направлению подготовки: 38.03.05 Бизнес-информатика,
образовательная программа «Цифровая трансформация управления
бизнесом», профиль «ИТ-менеджмент в бизнесе»

*Одобрено заседанием кафедры «Математика и информатика»
(протокол № 12 от 25 мая 2023 г.)*

Владикавказ 2023

Содержание

1.Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине.....	3
2. Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания	5
3. Оценочный лист результатов обучения к дисциплине	7
4. Контрольные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний	8

1.Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
УК-10	Способность осуществлять поиск, критически анализировать, обобщать и систематизировать информацию, использовать системный подход для решения поставленный задач	1. Четко описывает состав и структуру требуемых данных и информации, грамотно реализует процессы их сбора, обработки и интерпретации.	Знать – состав и структуру данных и информации Уметь – реализовывать процессы сбора, обработки и интерпретации данных и информации
		2. Обосновывает сущность происходящего, выявляет закономерности, понимает природу variability.	Знать – сущность данных и информации Уметь – использовать закономерности данных и информации – исследовать variability данных и информации
		3. Формирует признак классификации, выделяет соответствующие ему группы однородных «объектов», идентифицирует общие свойства элементов этих групп, оценивает полноту результатов классификации, показывает прикладное назначение классификационных групп.	Знать – понятие и признаки классификации группы однородных «объектов» Уметь – идентифицирует общие свойства элементов – оценивает полноту результатов классификации – показывает прикладное назначение классификационных групп
		4. Грамотно, логично, аргументировано формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности	Знать – особенности формирует собственные суждения и оценки Уметь – обосновывать факты, мнения, интерпретации, оценки и т.д. в рассуждениях других участников

		сти.	деятельности
		5. Аргументированно и логично представляет свою точку зрения посредством и на основе системного описания.	Знать – особенности системного описания Уметь – аргументированно и логично представляет свою точку зрения
УК-11	Способность к постановке целей и задач исследований, выбору оптимальных путей и методов их достижения	1. Аргументированно переходит от первоначальной субъективной формулировки проблемы к целостному структурированному описанию проблемной ситуации.	Знать – особенности формулирования проблемы Уметь – обосновывать переход к целостному структурированному описанию проблемной ситуации
		2. Обосновывает системную формулировку цели и постановку задачи управления.	Знать – особенности формулирования цели Уметь – обосновывать постановку задачи управления
		3. Взвешенно и системно подходит к анализу ситуации, формулировке.	Знать – особенности анализа ситуации, формулировки Уметь – обосновывать формулировки
		4. Критически переосмысливает свой выбор, сопоставляя с альтернативными подходами. Оценивает последствия принимаемых решений, учитывая неочевидные цепочки «последствия последствий» («причины причин») и контурные связи.	Знать – особенности принятия решений Уметь – обосновывать альтернативные подходы – оценивать последствия принимаемых решений
		5. Корректно использует процедуры целеполагания, декомпозиции и агрегирования, анализа и синтеза при решении практических задач управления и подготовке аналитических отчетов.	Знать – особенности целеполагания, декомпозиции и агрегирования анализа и синтеза Уметь – обосновывать выбор процедуры при решении практических задач управления и подготовке аналитических отчетов

		6. Логично, последовательно и убедительно излагает в отчете цели, задачи, теорию и методологию исследования, результаты и выводы.	Знать – особенности оформления отчетов Уметь – обосновывать результаты и выводы
--	--	---	--

2. Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Уровень сформированности компетенций			
«Минимальный уровень не достигнут»	«Минимальный уровень»	«Средний уровень»	«Высокий уровень»
Компетенции не сформированы.	Компетенции сформированы.	Компетенции сформированы.	Компетенции сформированы.
– Знания отсутствуют, умения и навыки не сформированы.	– Сформированы базовые структуры знаний. – Умения фрагментарны и носят репродуктивный характер. – Демонстрируется низкий уровень самостоятельности практического навыка.	– Знания обширные, системные. – Умения носят репродуктивный характер, применяются к решению типовых заданий. – Демонстрируется достаточный уровень самостоятельности устойчивого практического навыка.	– Знания твердые, аргументированные, всесторонние. – Умения успешно применяются к решению как типовых, так и нестандартных творческих заданий. – Демонстрируется высокий уровень самостоятельности, высокая адаптивность практического навыка
Описание критериев оценивания			
Обучающийся демонстрирует: – существенные пробелы в знаниях учебного материала; – допускаются принципиальные ошибки при ответе на основные вопросы билета, отсутствует знание и понимание основных	Обучающийся демонстрирует: – знания теоретического материала; – неполные ответы на основные вопросы, ошибки в ответе, недостаточное понимание сущности излагаемых вопросов; – неуверенные и	Обучающийся демонстрирует: – знание и понимание основных вопросов контролируемого объема программного материала; – твердые знания теоретического материала. – способность уста-	Обучающийся демонстрирует: – глубокие, всесторонние и аргументированные знания программного материала; – полное понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений, точное

понятий и категорий; – непонимание сущности дополнительных вопросов в рамках заданий билета; – отсутствие умения выполнять практические задания, предусмотренные программой дисциплины; – отсутствие готовности (способности) к дискуссии и низкую степень контактности.	неточные ответы на дополнительные вопросы; – недостаточное владение литературой, рекомендованной программой дисциплины; – умение без грубых ошибок решать практические задания, которые следует выполнить.	навливать и объяснять связь практики и теории, выявлять противоречия, проблемы и тенденции развития; – правильные и конкретные, без грубых ошибок, ответы на поставленные вопросы; – умение решать практические задания, которые следует выполнить; – владение основной литературой, рекомендованной программой дисциплины; – наличие собственной обоснованной позиции по обсуждаемым вопросам. – возможны незначительные оговорки и неточности в раскрытии отдельных положений вопросов билета, присутствует неуверенность в ответах на вопросы	знание основных понятий в рамках обсуждаемых заданий; – способность устанавливать и объяснять связь практики и теории; – логически последовательные, содержательные, конкретные и исчерпывающие ответы на все задания билета, а также дополнительные вопросы экзаменатора; – умение решать практические задания; – свободное использование в ответах на вопросы материалов рекомендованной основной и дополнительной литературы.
Оценка «неудовлетворительно» / «не зачтено»	Оценка «удовлетворительно» / «зачтено»	Оценка «хорошо» / «зачтено»	Оценка «отлично» / «зачтено»

3. Оценочный лист результатов обучения к дисциплине

Примерные виды работ обучающегося, формирующие текущий контроль по дисциплине

№ п/п	Вид учебной деятельности	Баллы	Максимум за семестр (модуль)
1.	Ведение конспекта лекции	0,15	3
2.	Активное вовлечение в интерактивный процесс	0,1	5
3.	Реферативный / аналитический обзор дополнительного материала по теме	0,5	5
4.	Презентация по заданной теме (разделу)	0,3	3
5.	Выполнение практических и самостоятельных работ	0,5	19
6.	Выполнение вида текущего контроля	5	5
	Всего за семестр (модуль)		40

Критерии бальной оценки включают качество подготовки обучающихся к семинарским занятиям, выполнения различных видов самостоятельной работы (при этом результаты регулярно проводимого экспресс-контроля успеваемости обучающихся должны составлять не менее 50% бальной оценки), а также посещение аудиторных занятий (не более 15% бальной оценки).

При подведении итогов текущего контроля успеваемости в середине семестра его результаты в 20-бальной оценке вносятся в ведомости текущего контроля успеваемости и использованием ТЭКУ (в филиалах – в ведомости текущего контроля успеваемости) и на соответствующей странице предметно-группового журнала преподавателям, ведущим аудиторные занятия.

Обучающийся, получивший от 7 до 20 баллов, считается аттестованным, получивший от 0 до 6 баллов – не аттестованным.

Результаты текущего контроля успеваемости за вторую половину семестра / в модуле преподаватели, ведущие аудиторные занятия, сообщают обучающимся на последнем занятии и вносят в ведомости (в колонку «баллы, работа в семестре») в день проведения зачета/экзамена.

Итоговая сумма баллов, полученная обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в семестре/модуле и промежуточной аттестации, преобразуется в пятибалльную систему оценок.

Порядок перевода 100-бальной оценки в пятибалльную

100-бальная система	5-бальная система
86-100	отлично
70-85	хорошо
50-69	удовлетворительно
менее 50	неудовлетворительно
50-100	зачтено
менее 50	не зачтено

4. Контрольные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний

Текущий контроль:

Тема 1. Числовые множества (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

Упражнение 1. Вычислите значение выражения $x = \frac{3-3i}{2+i} \cdot \frac{3+4i}{3}$ и ответ представьте в виде $a + bi$.

Упражнение 2. Возведите в куб комплексное число $z = 4 - i$ и представьте результат в виде $a + bi$.

Упражнение 3. Пусть $z_1 = 3 - 4i$, $z_2 = -1 - i$. Вычислите выражение $u = \frac{z_1}{\bar{z}_2} - \frac{\bar{z}_2}{z_1}$.

Тема 2. Векторы и матрицы (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

Упражнение 1. Найдите длину вектора $\vec{v} = -5\vec{e}_1 + 6\vec{e}_2 - 5\vec{e}_3 - 6\vec{e}_4$, где $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4$ – ортонормированный базис.

Упражнение 2. Разложите вектор $\vec{v} = \begin{pmatrix} -49 \\ 36 \end{pmatrix}$ по базису $\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 7 \\ -5 \end{pmatrix}, \vec{e}_2 = \begin{pmatrix} -7 \\ 6 \end{pmatrix}$.

Упражнение 3. Вычислите $AB + 2BA$, если $A = \begin{pmatrix} -8 & -7 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Тема 3. Системы линейных уравнений (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

Упражнение 1. Решите методом Гаусса систему линейных уравнений, записанную в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 5 & -2 \\ 10 & 20 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -19 \\ 30 \\ 30 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 8 & 1 & -3 \\ -2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -40 \\ 16 \\ 16 \end{pmatrix}.$$

Тема 4. Линейные пространства, линейные преобразования (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

Упражнение 1. Найдите длину вектора $\vec{v} = \vec{a} + 3\vec{b}$, если $\vec{a} = -\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{b} = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3$, где $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ – ортонормированный базис

Тема 5. Квадратичные формы (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

Упражнение 1. Найдите фундаментальный набор решений (ФНР) и размерность пространства решений однородной системы:

Упражнение 2. Образуется ли система векторов $\vec{e}^1 = (2; 1; 2)$, $\vec{e}^2 = (-2; 0; 0)$, $\vec{e}^3 = (-3; 0; 1)$ базис пространства $\mathbb{R}^3$? Ответ обоснуйте.

Тема 6. Элементы аналитической геометрии (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

Упражнение 1. Дана гипербола $Ax^2 - By^2 = C$. Найти

- 1) длины полуосей a и b ;
- 2) фокусное расстояние $2c$;
- 3) эксцентриситет ϵ и уравнение директрис D_1 и D_2 ;
- 4) полярное уравнение гиперболы.

Вариант	A	B	C	Вариант	A	B	C
1.	49	16	784	4.	4	36	144
2.	36	16	576	5.	25	4	100
3.	25	16	400	6.	16	9	144

Упражнение 2. С помощью переноса осей координат найти каноническое уравнение и определить расположение линии второго порядка, заданной уравнением

1. $x^2 + 2y^2 + 4x - 4y = 0$.
2. $4x^2 - y^2 - 8x - 6y - 4 = 0$.
3. $4x^2 + 4x + 2y - 1 = 0$.
4. $6x^2 + 8y^2 + 3x - 4y + 1 = 0$.
5. $2x^2 - 3y^2 - 6x + 9y - 2 = 0$.
6. $2x^2 + 6x + 3y + 6 = 0$.

Тема 7. Теория пределов (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

Упражнение 1. Вычислите предел последовательности:

$$P = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 5n + 21}{-3n^2 + 7n + 5}.$$

$$P = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 + 6n + 1}{-4n^2 + 8n + 3}.$$

$$P = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^2 + 6n + 2}}{-5n + 3}.$$

Упражнение 2. Вычислите предел

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(4\pi \cdot x^{\frac{1}{4}})}{\sin(6\pi \cdot x^{\frac{1}{2}})}.$$

Тема 8. Дифференциальное исчисление функций одной переменной (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

Упражнение 1. Вычислите производную функции. Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.

$$f(x) = 8 \cdot 3^{4x^2-3} + \frac{1}{5^{\frac{9}{17}}}.$$

$$f(x) = \ln^8(x+3).$$

Упражнение 2. Найдите точки разрыва функции и определите их типы.

$$f(x) = \frac{|x-6|(x+3)}{x^3 - 3x^2 - 18x}.$$

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{9}{x+8}, & x \in (-\infty; -8), \\ 5x^2 + 5x - 8, & x \in (-8; -2), \\ \frac{4}{x+4}, & x \in [-2; +\infty). \end{cases}$$

Тема 9. Интегральное исчисление функций одной переменной (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

Упражнение 1. Найдите неопределенный интеграл.

$$\int x \sin 5x \, dx.$$

$$\int \frac{dx}{(1+x^2) \cdot \sqrt[8]{\arctg^9 x}}.$$

Упражнение 2. Вычислите определенный интеграл.

$$\int_{\frac{3}{2}}^{\frac{43}{2}} \sqrt[4]{4x-5} \, dx.$$

$$\int_{-\frac{19}{7}}^{\frac{2}{7}} \sqrt{6-7x} \, dx.$$

$$\int_{e^{-3}}^{e^{-1}} \frac{dx}{x \ln^4 x}.$$

Тема 10. Функции нескольких переменных (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

Упражнение 1. Для функции найдите промежутки возрастания и убывания, а также укажите точки локальных экстремумов.

$$f(x) = -4x^5 + 3x^3 - x - 2$$

$$f(x) = -x^5 + 2x^3 - 4x + 6$$

Тема 11. Дифференциальные уравнения (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

Упражнение 1. Найдите общее решение дифференциального уравнения.

$$y' = \frac{y}{64 + x^2}.$$

$$y' = (3x - 2)y.$$

Тема 12. Множества и отношения (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

Упражнение 1. Вычислите значение выражения $x = \frac{3-3i}{2+i} \cdot \frac{3+4i}{3}$ и ответ представьте в виде $a + bi$.

Упражнение 2. Возведите в куб комплексное число $z = 4 - i$ и представьте результат в виде $a + bi$.

Тема 13. Элементы математической логики (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

Упражнение 1. Расставьте скобки, укажите порядок выполнения операций, отметьте все подформулы и постройте дерево, изображающее структуру следующих формул:

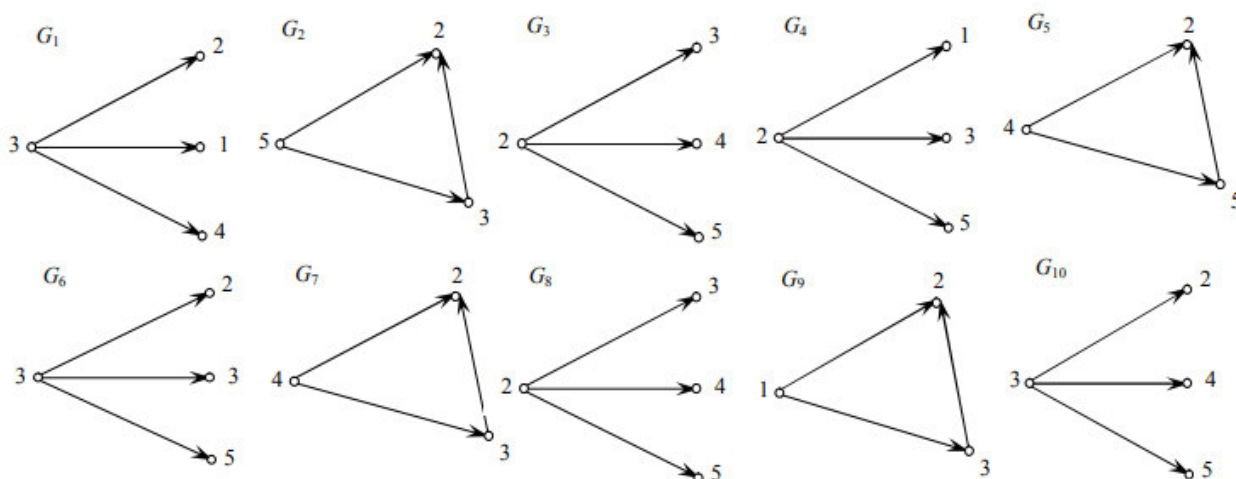
- a) $(A \Rightarrow B) \Rightarrow \neg C \wedge (\neg B \vee C)$;
- b) $\neg A \Rightarrow B \wedge C \Leftrightarrow \neg B \vee A$;
- c) $A \Leftrightarrow (B \Rightarrow \neg C) \wedge (C \Rightarrow \neg A \vee B)$;
- d) $(A \vee B) \wedge \neg C \Rightarrow A \vee B \vee \neg C$.

Упражнение 2. Перепишите, удалив лишние скобки:

- a) $((((A \Rightarrow B) \vee C) \wedge (A \Rightarrow (B \vee C))))$;
- b) $((A \wedge B) \Rightarrow ((C \vee D) \Rightarrow (B \wedge C)))$;
- c) $((\neg A) \Rightarrow (((B \wedge C) \wedge (\neg A)) \vee (B \vee C)))$;
- d) $((\neg(\neg A)) \wedge ((B \Rightarrow C) \Leftrightarrow (B \Rightarrow (A \vee (\neg C)))))$.

Тема 14. Элементы теории графов (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

Упражнение 1. Объединением графов $G_1 = (V_1, E_1)$ и $G_2 = (V_2, E_2)$ называется граф $G_1 \cup G_2$, у которого множество вершин и множество дуг объединено, то есть $G_1 \cup G_2 = (V_1 \cup V_2, E_1 \cup E_2)$. Даны графы:



Построить матрицы смежности и инцидентности графа G, если G:

- | | | |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| 1. $G_1 \cup G_2 \cup G_3$. | 2. $G_1 \cup G_2 \cup G_6$. | 3. $G_1 \cup G_2 \cup G_8$. |
| 4. $G_1 \cup G_2 \cup G_{10}$. | 5. $G_1 \cup G_5 \cup G_3$. | 6. $G_1 \cup G_5 \cup G_6$. |
| 7. $G_1 \cup G_5 \cup G_8$. | 8. $G_1 \cup G_5 \cup G_{10}$. | 9. $G_1 \cup G_7 \cup G_3$. |
| 10. $G_1 \cup G_7 \cup G_6$. | 11. $G_1 \cup G_7 \cup G_8$. | 12. $G_1 \cup G_7 \cup G_{10}$. |
| 13. $G_1 \cup G_9 \cup G_3$. | 14. $G_1 \cup G_9 \cup G_6$. | 15. $G_1 \cup G_9 \cup G_8$. |
| 16. $G_1 \cup G_9 \cup G_{10}$. | 17. $G_4 \cup G_2 \cup G_3$. | 18. $G_4 \cup G_2 \cup G_6$. |
| 19. $G_4 \cup G_2 \cup G_8$. | 20. $G_4 \cup G_2 \cup G_{10}$. | 21. $G_4 \cup G_5 \cup G_3$. |
| 22. $G_4 \cup G_5 \cup G_6$. | 23. $G_4 \cup G_5 \cup G_8$. | 24. $G_4 \cup G_5 \cup G_{10}$. |
| 25. $G_4 \cup G_7 \cup G_3$. | 26. $G_4 \cup G_7 \cup G_6$. | 27. $G_4 \cup G_7 \cup G_8$. |
| 28. $G_4 \cup G_7 \cup G_{10}$. | 29. $G_4 \cup G_9 \cup G_3$. | 30. $G_4 \cup G_9 \cup G_6$. |

Примерный перечень заданий контрольной работы

1 семестр (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

1. Вычислите значение выражения $\frac{(-4+i)(3+6i)}{-2+i}$ и представьте результат в виде $a+bi$.
2. Вычислите предел последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 - 4 \cdot 5^n}{4n^4 - 3 \cdot 5^n}$.
3. Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 \cdot 4^x + 8 \cdot 6^x}{3 \cdot 6^x + 7 \cdot 4^x}$.
4. Найдите асимптоты графика функции $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{2 + x}$.
5. Продифференцируйте функцию $f(x) = 4\operatorname{tg}^4(10x^2 - 3) \cdot (-7x^3 + 2x^2)$. Преобразовывать и упрощать выражение производной не нужно.
6. В математической модели рынка некоторого товара с функцией спроса $D(p) = 8 - 3p$, где p — цена товара в рублях, выясните, при каких ценах спрос будет эластичным.
7. Для функции $f(x) = 4x^5 - 2x^3 - 2x - 5$ найдите промежутки возрастания и убывания, а также укажите точки локальных экстремумов.
8. Найдите неопределенный интеграл $\int x \sin 5x \, dx$.
9. Вычислите несобственный интеграл $\int_{-\infty}^{-\sqrt{3}} \frac{\operatorname{arctg}^2 x}{1+x^2} dx$ или установите его расходимость.
10. Найдите дневную выработку рабочего за восьмичасовой рабочий день, если производительность труда меняется по закону: $z(t) = -0.658t^2 + 7.2t + 0.2$ где t — время (в часах), прошедшее с начала рабочего дня.

2 семестр (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

1. [1] Для заданной производственной функции $Q(K; L) = \frac{L^{0.7} \cdot 6^K}{1 + 6^K}$, где Q — объём выпускаемой продукции, K — объём фондов (капитала), L — объём трудовых ресурсов) при $K_0 = 7$, $L_0 = 5$, найдите эластичность выпуска по труду. Ответ дайте в виде десятичной дроби с достаточным числом знаков после десятичной запятой.

Ответ: Эластичность выпуска по труду $E_{QL} = \frac{Q'_L \cdot L}{Q} = 0.7$.

2. [2] Найдите точки условных экстремумов функции $f(x; y) = -x - 3y$ на множестве решений уравнения $x^2 + 9y^2 = 18$.

Ответ: Функция Лагранжа: $L(x; y; \lambda) = -x - 3y + \lambda(x^2 + 9y^2 - 18)$,

$$\text{система: } \begin{cases} L'_x = -1 + 2\lambda x, \\ L'_y = -3 + 18\lambda y, \\ L'_\lambda = x^2 + 9y^2 - 18. \end{cases}$$

Окончательный ответ: $f_{\min} = f(3; 1) = -6$, $f_{\max} = f(-3; -1) = 6$.

3. [3] Найдите общее решение дифференциального уравнения $y' = \frac{y}{\sin^2(5x + 3)}$.

Ответ: $y = C \cdot e^{-\frac{1}{5} \operatorname{ctg}(5x+3)}$.

4. [4] Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{v} = 5\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$ и $\vec{w} = -3\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$, где $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ — ортонормированный базис.

Ответ: 4.

5. [5] Вычислите A^3 , если $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Ответ: $\begin{pmatrix} 17 & -10 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$.

Промежуточный контроль

Перечень вопросов для подготовки к промежуточной аттестации

1. Арифметические векторы и их использование в экономике. Геометрическая интерпретация векторов. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов. Длина вектора. Угол между векторами. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

2. Матрицы и их виды. Линейные операции над матрицами. Транспонирование матрицы. Произведение матриц. Свойства операций над матрицами. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

3. Элементарные преобразования над строками и столбцами матриц. Теорема о приведении произвольной матрицы к ступенчатой форме. Ранг матрицы. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

4. Определитель квадратной матрицы. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу. Свойства определителя. Критерий невырожденности квадратной матрицы. Вычисление определителя с помощью элементарных преобразований. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

5. Обратная матрица. Свойства обратной матрицы. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований. Решение матричных уравнений. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

6. Система линейных алгебраических уравнений. Однородная и неоднородная система линейных уравнений. Определение решения системы линейных уравнений. Совместные и определенные системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

7. Исследование и решение системы линейных уравнений методом обратной матрицы и по правилу Крамера. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

8. Исследование и решение системы линейных уравнений по правилу Крамера и методом Гаусса. Общее решение системы линейных уравнений. Частные решения системы линейных уравнений. Базисные решения системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений однородной системы уравнений. Общие решения однородной и неоднородной систем. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

9. Линейное (векторное) пространство. Линейная зависимость (независимость) системы векторов. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в заданном базисе. Преобразование координат вектора при замене базиса. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

10. Линейные преобразования пространства R^n (линейные операторы). Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного

оператора при замене базиса. Собственные значения матрицы. Характеристический многочлен матрицы. Собственные векторы матрицы. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

11. Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы в заданном базисе. Приведение квадратичной формы к нормальному виду методом Лагранжа. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Знакоположительные и знакоотрицательные квадратичные формы. Критерий Сильвестра. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

12. Кривые второго порядка и их классификация. Окружность, эллипс, гипербола и парабола, их свойства и канонические уравнения. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

13. Числовые множеств. Кванторы. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, дополнение. Конечные, счетные и несчетные множества. Ограниченные и неограниченные множества. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

14. Множества натуральных, целых, рациональных и действительных чисел. Комплексные числа и действия над ними. Модуль и аргумент комплексного числа. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

15. Понятие функции. Числовая функция одной переменной. Способы задания функций. График функции. Свойства функций одной переменной: четность и нечетность, монотонность, выпуклость, периодичность, ограниченность. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

16. Функциональные зависимости в экономике: функции полезности, однофакторные производственные функции, функции спроса и предложения. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

17. Числовые последовательности. Предел последовательности и его свойства. Монотонные, ограниченные последовательности. Понятие о числовых рядах. Сходимость ряда; сумма ряда. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

18. Предел функции в точке и на бесконечности. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Первый и второй замечательные пределы. Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

19. Непрерывность функции в точке и на множестве. Свойства непрерывных функций. Точки разрыва и их классификация. Примеры непрерывных и разрывных функций в экономике. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

20. Асимптоты графика функции. Асимптотическое поведение функций спроса Торнквиста. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

21. Производная функции, ее геометрический смысл, свойства производной. Производная сложной функции. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

22. Предельные и средние величины в экономике: предельные и средние издержки, предельная и средняя производительность труда. Средняя и точечная эластичность функции. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

23. Дифференцируемость функции, первый дифференциал и его геометрический смысл. Приближенные вычисления с помощью дифференциала. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

24. Основные теоремы дифференциального исчисления: Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

25. Монотонность функции. Условие монотонности. Экстремум функции. Необходимые и достаточные условия экстремума. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке. Задача максимизации прибыли. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

26. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора и Маклорена. Разложение элементарных функций по формуле Маклорена. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

27. Выпуклость графика функции. Точки перегиба. Методы их определения. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

28. Полное исследование функции и построение графика с помощью дифференциального исчисления. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

29. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям, интегрирование рациональных функций. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

30. Определенный интеграл и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница и ее применение. Несобственные интегралы, их классификация, методы вычисления. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

31. Применение интегрального исчисления в экономике: выпуск продукции за определенное время при заданном законе мгновенной мощности производства; среднее значение функции; средняя производительность труда; средняя капиталоотдача. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

32. Функции нескольких переменных, способы их задания. Линии (поверхности) уровня функции. Предел и непрерывность. Примеры функций нескольких переменных в экономике. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

33. Частные производные функции нескольких переменных. Производные высших порядков. Дифференцируемость и дифференциалы функции нескольких переменных. Производная сложной функции. Производная по направлению, градиент функции и его свойства. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

34. Локальный экстремум функции нескольких переменных. Необходимые условия локального экстремума. Достаточное условие для функции двух независимых переменных. Условный экстремум функции нескольких переменных. Метод подстановки. Метод множителей Лагранжа. Глобальный экстремум функции нескольких переменных. Минимизация затрат и максимизация прибыли многоотраслевой фирмы. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

35. Кратные интегралы. Сведение двойного интеграла к повторному. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

36. Общее и частное решение (интеграл) дифференциального уравнения. Задача Коши. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Линейные дифференциальные уравнение первого порядка. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

37. Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами (на примере уравнений второго порядка). Их свойства, теоремы об общем решении. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

38. Множества. Способы задания. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, дополнение, декартово произведение. Диаграммы Эйлера – Венна. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

39. Отображения множеств, типы отображений (инъекция, сюръекция, биекция). Бинарные отношения, их типы и свойства. Отношение эквивалентности. Отношение порядка. Линейно и частично упорядоченные множества. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

40. Принцип математической индукции. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

41. Высказывания, операции над высказываниями. Формулы логики высказываний. Таблицы истинности. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

42. Тавтологически истинные формулы. Приведение формул к дизъюнктивной нормальной форме (ДНФ) и к конъюнктивной нормальной форме (КНФ). (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

43. Булевы функции. Их представление в виде совершенной дизъюнктивной нормальной форме (СДНФ). Важнейшие классы булевых функций. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

44. Формальная аксиоматическая теория. Понятие аксиомы, правил вывода, вывода в теории, теоремы. Теорема о дедукции. Теорема о тождественной истинности любой выводимой формулы исчисления высказываний.

Теорема о полноте исчисления высказываний. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

45. Понятие предиката. Логические операции над предикатами. Кванторы. Формулы логики предикатов. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

46. Понятие графа, орграфа и псевдографа. Ориентированные графы. Взвешенные графы. Маршрут и путь на графе. Цепь, цикл (контур). Связность и компоненты связности графа. Эйлеровы циклы на графе. Задача о поиске кратчайшего пути между вершинами. Расчет сетевого графика. (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

Пример содержания экзаменационного билета

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № _____

1. (15 баллов) Структурная матрица торговли трех стран S_1, S_2, S_3 имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

Найти соотношение национальных доходов стран для сбалансированной торговли (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

2. (8 баллов) Найти производную y' функции $y = (e^{\sin x} + 3x)^3$ (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

3. (12 баллов) Исследовать функцию и построить эскиз её графика. $f(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 - 3x + 2$ (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

4. (10 баллов) Вычислить определенный интеграл. $\int_2^3 \frac{3+\sqrt{x+2}}{x-11} dx$ (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))

5. (15 баллов) Найти площадь фигуры, ограниченной линиями. $y = x^2$ и $y = 2 - x^2$ (УК-10 (1,2,3,4,5), УК-11 (1,2,3,4,5,6))